Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A V A

SUBIECTUL I

Calculați: a) $(5^2 - 2^2 \cdot 6)^{2017} + 2^{2017} : 2^{2015}$
b) 5+10+15+20+ .... +2015
c) 7+12+17+22+ .... +2017

Prof. Marian Firicel, Calafat

SUBIECTUL II

Fie $A=10^{2017} - 2017$.
a) Calculați suma ultimelor patru cifre ale lui A;
b) Calculați B, suma tuturor cifrelor lui A;
c) Dacă C e suma cifrelor lui B, calculați ultima cifră a numărului C^{2017}.

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL III

Fie a și b două numere naturale, așa încât $a^2 + 1778 = 2017 - a + 2^{2017b}$. Aflați $135a - 2^{b+3}$

.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

SUBIECTUL IV

Aflați numărul $\overline{abcd}$ pentru care $a^{\overline{cb}+1} - \overline{3d} + a^0 = 2017$

G.M.B

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A VI A

SUBIECTUL I

Fie A= { $\overline{xyzt}$ / $\overline{xy}$ +$\overline{zt}$ = 37, x·y ≠ 0 }
a) Arătați că 2017 ∈ A;
b) Determinați cardinalul lui A;
c) Dacă B = { a − b / a, b ∈ A și a > b}, calculați suma elementelor lui B.

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

Se dă fracția $\frac{2x+3}{2x-7}$, cu x număr natural. Fie x_1, x_2, ... , x_{1000} primele 1000 de numere naturale pentru care fracția se simplifică.
a) Calculați x_{1000} ;
b) Arătați că $x_p + x_q - x_{p+q-1} = 1$, oricare ar fi p.q ∈ { 1 , 2 , ... , 1000}

G.M.B.

SUBIECTUL III

Considerăm unghiul obtuz $\widehat{AOB}$, (OD bisectoarea sa, și (OC bisectoarea $\widehat{AOD}$.
Dacă OC ⊥ OB, se cere:
a) Calculați măsura lui $\widehat{AOB}$;
b) Fie E un punct astfel încât (OB e bisectoarea lui $\widehat{DOE}$. Arătați că punctele A, O, E sunt coliniare.

Prof. Valerian Cotoi, Drăgășani

SUBIECTUL IV

Pe o dreaptă considerăm punctele A,B,C în această ordine. De aceeași parte a dreptei AB, considerăm punctele M, N astfel încât AM ⊥ AB, CN ⊥ AB, AM=BC, AB=NC.
a) Stabiliți natura triunghiului MBN
b) Știind că B nu este mijlocul lui (AC), mediatoarea lui (MN) intersectează AM în Q, MN∩AB= $\{D\}$, arătați că NB//DQ

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudetean Memorial "Preda Filofteia"
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A VII A

SUBIECTUL I

Fie A=$\{2; 7; 12; 17; \dots \dots 2012; 2017\}$

a) Aflați cardinalul lui A

b) Arătați că B∩**Q**=∅, unde B=$\{\sqrt{x+1}\ /\ x \in A\}$

c) Dacă notăm cu P produsul elementelor lui A și I_{202} produsul primelor 202 numere naturale impare, arătați că $\sqrt{P} < 5^{202} \cdot I_{202}$

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

Se consideră numărul real $a = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1+2+3}{\sqrt{1+3}} + \frac{1+2+3+4+5}{\sqrt{1+3+5}} + \dots + \frac{1+2+3+\cdots+(2n+1)}{\sqrt{1+3+5+\cdots+(2n+1)}}$

a) Calculați $\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1+2+3}{\sqrt{1+3}} + \frac{1+2+3+4+5}{\sqrt{1+3+5}}$;

b) Arătați că $\frac{1+2+3+\cdots+2017}{\sqrt{1+3+5+\cdots+2017}} \in \mathbf{N}$

c) Determinați $n \in \mathbf{N}$, astfel încât $\sqrt{a} = 2017$

Prof. Elena Drăgan, Rm. Vâlcea

SUBIECTUL III

Arătați că numărul $(2n+1)^3 - (2n-1)^3$ se scrie ca suma a trei pătrate perfecte, oricare ar fi n natural nenul.

G.M.B

SUBIECTUL IV

Fie dreptunghiul ABCD cu AB > 2BC. Se iau punctele M şi N pe [AB], respectiv [CD], cu AM=CN=2BC iar $BN \cap CM = \{O\}$. Dacă $BN \perp CM$ şi BO=2 cm, aflaţi aria lui ABCD.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A VIII A

SUBIECTUL I

Calculați media aritmetică și media geometrică a numerelor x și y, dacă:

a) x= $7 + 3\sqrt{5}$ și y=$7 - 3\sqrt{5}$

b) x=$\sqrt{5 - \sqrt{7 - 2\sqrt{6}} + 2\sqrt{5} + \sqrt{2 \cdot 3}}$ și y=$\sqrt{5 + \sqrt{3 + 2\sqrt{2}} - 2\sqrt{5} - \sqrt{\sqrt{4}}}$

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

SUBIECTUL II

a) Dați exemplu de două numere naturale de cel puțin două cifre, în care un număr este răsturnatul celuilalt, iar pătratele lor sunt de asemenea unul răsturnatul celuilalt:

b) Arătați că există o infinitate de perechi de numere naturale, în care un număr este răsturnatul celuilalt, iar pătratele lor sunt de asemenea unul răsturnatul celuilalt.

G.M.B

SUBIECTUL III

În cubul ABCDA’B’C’D’ cu latura de 40 cm, notăm cu M, N, R mijloacele segmentelor [A’B], [A’D], respectiv [MN]. Fie P$\in$[AA’] astfel încât A’P= 10 cm, iar PR $\cap$ (ABC)= {Q}. Calculati CQ.

Prof. Mihaela Molodeț, Băbeni

SUBIECTUL IV

Fie cubul FILOTEYA, de muchie 2a, B, C mijloacele (FI), respectiv (IL).

a) Calculați aria patrulaterului BCYT;

b) Determinați m$(\widehat{TC, BY})$

c) Arătați că I , Q , A sunt coliniare, unde {Q}=TC∩BY

Prof. Ion Marcel Neferu, Drăgășani

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii;
Timp de lucru: 3 ore.

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A IX-A 4 ORE

1. a) Stiind ca $a, b \in (0, \infty)$, demonstrati inegalitatea:
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$$
b) Rezolvați în mulțimea numerelor reale inecuația $\frac{2x^2+1}{x^2+2}+\frac{x^2+2}{2x^2+1}\leq 2.$

Prof. Neacsu Steluta, Calimanesti

2. Se dau ecuatiile $\left[\frac{4x+1}{3}\right]=\frac{6x-1}{2}$ si $\left|\frac{3x}{2}-1\right|=|x+1|$. Se considera progresia geometrica cu primul termen $a_1=x_1$ si ratia $q=x_2$, unde x_2 este cea mai mare solutie a ecuatiei cu parte intreaga, iar x_1 este solutia strict pozitiva a ecuatiei cu modul. Calculati partea intreaga a sumei primilor 2017 termeni.

Prof. Dinu Maria, Dragasani

3. a) Arătați că
$(ax+by)^2 \leq (a^2+b^2)(x^2+y^2), \ \forall a, b, x, y \in R.$
b) Rezolvați în mulțimea numerelor naturale ecuația
$$\left[\sqrt{n^2-n+1}+\sqrt{n^2+n+1}\right]=\left[\sqrt{n^2+6n}\right].$$
.

prof. Cătălin Bîrzescu, Rm. Vâlcea

4. Pe latura [AB] și diagonala [AC] a paralelogramului ABCD se iau punctele M și respectiv N astfel încât $\overrightarrow{AM}=a\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$, $a \in R$. Să se determine a stiind că punctele M, N și D sunt coliniare.

Prof. Duta Mihaela, Rm. Valcea

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A IX-A 3 ORE

1. Fie ecuatia $x^2-(2n^2+3n-3)x-6n^2-9n=0, \forall n \in N^*$.
   a) Pentru n=2, rezolvati ecuatia.
   b) Fie S_n radacina pozitiva ecuatiei date. Stiind ca S_n este suma primilor n termeni ai unui sir $(a_n)_{n\geq 1}$, stabiliti daca acest sir are termenii in progresie aritmetica.

Prof. Dinu Maria-C.N. Gib Mihaescu

2. Se considera functia $f: R \to R, f(x)=\frac{x+2}{x^2+3x+4}$ si multimea $A=\{a \in R/a=[f(x)], \forall\, x \in R\}$.
   a) Aratati ca $-2 \notin$ Im f si $\frac{1}{2} \in$ Im f.
   b) Calculati suma patratelor elementelor multimii A.

Prof. Dinu Daniel-C.N. Gib Mihaescu

3. Se considera numerele $a \in [-2;3]$, $b \in (-1;\ 5\ )$ si $c \in [-3;7]$.
   Aratati ca numerele
   $x=\sqrt{(a+2b+4)^2}+\sqrt{(2b+3c-31)^2}+\sqrt{(3c-a+12)^2}$ si
   $y=\sqrt{(a+b+c+6)^2}+2\sqrt{(a-2b+c-15)^2}+\sqrt{(a-5b+c-26)^2}$
   sunt naturale.

Prof. Barbu Daniela, Calimanesti

4. Se considera punctele *A*, *B*, *C* astfel încât $\overrightarrow{AB}=-3\overrightarrow{CA}$, iar *M* şi *N* situate simetric faţă de punctul A, necoliniare cu *A* si *B*.
   a) Exprimati $\overrightarrow{MC}$ in funcţie de $\overrightarrow{MA}$ si $\overrightarrow{MB}$.
   b) Calculaţi $\overrightarrow{CN}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CM}$.

Prof. Barbu Daniela, Calimanesti

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A X-A 4 ORE

1. Sa determine numerele complexe z avand modulul egal cu 1, care verifica:

$$8z^4(z^2+1) = z^{10} + 1.$$

G.M. Nr. 5-2016.

2. a.Stiind ca a si b sunt numere reale oarecare si $x > 0, y > 0$, demonstrati inegalitatea

$$\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{y} \geq \frac{(a+b)^2}{x+y}.$$

b.Sa se arate ca

$$log_a^2 \sqrt{bc} \ + log_b^2 \sqrt{ac} \ + log_c^2 \sqrt{ab} \geq 3, \forall \ a,b,c \ > 1.$$

Prof. Dinu Gigi-Daniel, Dragasani

3. a) Sa se rezolve ecuatia $2017^x + 7 = 2024^x$.
b) Aratati ca functia $f: R \to R, f(x) = 2024^x + 2017^x$, este injectiva.
c) Sa se rezolve ecuatia:

$$\left(\frac{1}{2024}\right)^{\log_{\frac{1}{2017}}\left(\sqrt[3]{x}-3\right)} - 2017^{\log_{2024}\left(\sqrt[3]{x}+4\right)} = 7$$

Prof. Dinu Gigi-Daniel, Dragasani

4. Fie dezvoltarea $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^n, n \in N\setminus\{0;1\}$
   a. Sa se determine n stiind ca suma coeficientilor binomiali ai primilor 3 termeni este 154.
   b. Pentru n=17, aflati termenul care contine pe $a^{\frac{-17}{4}}$.
   c. Pentru n=17 si a=2 calculati $\sum_{k=0}^{16}\left(\frac{C_{17}^{k+1}\,T_{k+1}}{C_{17}^{k}T_{k+2}}\right)^{\frac{12}{17}}$.

Prof. Duta Mihaela, Rm. Valcea

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A X-A 3 ORE

1. **a) Sa se calculeze** $z^{2020}+\frac{1}{z^{2017}}$**, pentru** $z=\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$.
   b) Aratati ca, daca ε este solutie a ecuatiei $x^2+x+1=0$, atunci, pentru orice $a, b, c \in R$ are loc **inegalitatea:**
$$(a+b\varepsilon^{2017}+c\varepsilon^2)(a+b\varepsilon^{2018}+c\varepsilon)\geq 0.$$

Prof. Dinu Gigi-Daniel, Dragasani

2. a) Rezolvati in multimea numerelor reale ecuatia:
$$\log_3(9^x+9)=x-\log_{\frac{1}{3}}(28-2\cdot 3^x).$$
   b).Să se rezolve în mulțimea numerelor reale ecuația $2^x-4^x=\sqrt{8^x-16^x}$.

Prof. Neacsu Steluta, Calimanesti

3. a) Să se calculeze $\frac{a^6+b^6}{a^4-a^2b^2+b^4}$, unde a și b sunt numere naturale nenule.
   b. Să se rezolve ecuația $\sqrt[3]{(4+x)^2}+\sqrt[3]{(5-x)^2}=3+\sqrt[3]{(5-x)(4+x)}$.

Prof. Smarandache Valentin, Olanesti
Prof. Smarandache Cristina, Rm. Valcea

4. a. Stiind ca $a, b \in (0,\infty)$, demonstrati inegalitatea:
$$\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geq 2$$
   b. Demonstrați că pentru orice $a, b, c \in (1,\infty)$ sau $a, b, c \in (0,1)$ are loc inegalitatea:
$$\log_a(bc)\log_b(ca)\log_c(ab)\geq 8.$$

Prof. Predoană Tatiana, Liceul Sanitar Antim Ivireanu-Râmnicu Vâlcea

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

CLASA A XI-A 4 ORE

1. Fie multimea $M = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R. \right\}$.
   a. Aratati ca daca $X \in M_2(R)$ are proprietatea AX = XA, unde A ∈ M, atunci $(\exists)\ x, y \in R$ astfel incat $X = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$.
   b. Rezolvati ecuatia $X^3 = \begin{pmatrix} 2017 & 2016 \\ 2016 & 2017 \end{pmatrix}, X \in M_2(R)$.

Prof. Duta Mihaela, Rm. Valcea

2. a. Aratati ca $\mathrm{Y}^2 - \mathrm{TrY} \cdot \mathrm{Y} + \mathrm{detY} \cdot \mathrm{I}_2 = \mathrm{O}_2, \forall\ \mathrm{Y} \in \mathrm{M}_2(\mathrm{R})$.
   b. Determinati matricea $\mathrm{X} \in \mathrm{M}_2(\mathrm{R})$, stiind ca $\mathrm{X}^3 - 6\mathrm{X}^2 + 12\mathrm{X} = \begin{pmatrix} 12 & 3 \\ -3 & 6 \end{pmatrix}$.

Deaconescu Radu, student UPIT

3. Fie functia $\mathrm{f}: \mathrm{R} \to \mathrm{R}, \mathrm{f}(\mathrm{x}) = \begin{cases} \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{x}}}{\mathrm{x}+1}, \mathrm{x} \geq 0 \\ \frac{\mathrm{e}^{\sqrt{\mathrm{x}^2+4}} - \mathrm{e}^2}{\mathrm{x}} + \mathrm{a}, \mathrm{x} < 0, a \in \mathrm{R}. \end{cases}$.

   a. Determinati $a \in R$ astfel incat f sa fie continua pe R .
   b. Aratati ca $(\exists)\ c \in (1,2)$, astfel incat $f(c) = 2$.

Prof. Duta Mihaela, Rm. Valcea

4. Fie şirul $(x_n)_{n \geq 1}, x_1 > 0, x_{n+1} = \frac{x_n}{(x_n+1)^2+1}$. Să se studieze convergenţa şirurilor $(x_n)_{n \geq 1}, (n^k x_n)_{n \geq 1}, k > 0$.

Luigi-Ionuţ Catana
student, Universitatea Bucureşti, Facultatea de Matematică şi Informatică

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

Clasa a XI-a 3 ore

1. Fie multimea $M = \left\{ A = \begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix} \middle| \, a, b \in R. \right\}$.
   a. Determinati o matrice A ∈ M cu $\det A = 0$ si neavand toate elementele egale.
   b. Aratati ca daca $X \in M_2(R)$ are proprietatea AX = XA, unde A ∈ M, atunci (∃) $x, y \in R$ astfel incat $X = \begin{pmatrix} x & y \\ y & x \end{pmatrix}$.
   c. Rezolvati ecuatia $X^2 = \begin{pmatrix} 2017 & 2016 \\ 2016 & 2017 \end{pmatrix}, X \in M_2(R)$.

Prof. Dinu Gigi-Daniel, Dragasani

2. În reperul cartezian XOY se consideră punctele $A(m, m)$, $B(1, m-2)$, si $C(-4, 2m-1)$, unde $m \in R$.
   a) Să se arate că pentru orice $m \in R$, punctele A, B si C sunt vârfurile unui triunghi.
   b) Să se arate că $A_{\Delta ABC} \geq \frac{9}{2}, \forall\, m \in R$.

Prof. Smarandache Valentin, Olanesti
Prof. Smarandache Cristina, Rm. Valcea

3. Fie $f: R\setminus\{1\} \to R, f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-1}$.
   a) Sa se determine a, b, c, stiind ca dreapta y= x+1este asimptota oblica spre $+\infty$ si P(2;7) se afla pe graficul functiei f.
   b) Pentru a=1, c=3, determinati b stiind ca

$$\lim_{x\to\infty} x \ln \frac{f(x)}{x} = 2.$$

Prof. Dinu Maria, Dragasani

4. Se consideră funcţia $f: R\setminus\{1\} \to R, f(x) = x + \frac{m}{x-1}, m \in R^*$.
   a) Aflaţi ecuaţiile asimptotelor graficului funcţiei f.
   b) Fie M punctul de intersectie a asimptotelor functiei f. Arătaţi că simetricul oricarui punct al graficului funcţiei faţa de punctul M, aparţine graficului funcţiei date.
   c) Aflaţi valorile parametrului real m pentru care ecuaţia $\lim_{h\to 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h} = 0$ are două soluţii numere reale.

Prof. Barbu Daniela, Calimanesti

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

Clasa a XII-a 3 ore

1. Se considera pe $\boldsymbol{R}$ legea de compozitie $*$ definita astfel:
$x * y = xy - x - y + 2, \forall x, y \in R.$
a) Sa se arate ca legea $*$ este asociativa.
b) Sa se rezolve ecuatia:
$x * x * x = x, x \in R$.
c) Sa se calculeze:
$\frac{2017}{2016} * \frac{2016}{2015} * \frac{2015}{2014} * \cdots * \frac{4}{3} * \frac{3}{2} * \frac{2}{1} * 2 * 3 * 4 * \cdots * 2017$

Prof. Dinu Maria-C.N. Gib Mihaescu

2. Fie functia $f: R \to R, f(x) = \begin{cases} x + a, x < -1 \\ 3x^2 + 1, x \geq -1. \end{cases}$
a) Determinati $a \in R$ stiind ca f admite primitive pe R.
b) Calculati $\int_{-1}^{1} x^{2017} \cdot \sqrt{f(x)} dx$.
c) Determinati $m \in R$, pentru care aria suprafetei plane deteminate de G_f, axa OX si dreptele de ecuatii $x = m$ si $x = m + 1$, $m > -1$, este minima.

Prof. Smarandache Valentin, Olanesti
Prof. Smarandache Cristina, Rm. Valcea

3. Se considera polinomul f=$(2X^2 - X - 1)^{2017} \in R\,[X]$, cu radacinile $x_1, x_2, x_3, \dots, x_{2017} \in C$, f=$a_{4034}X^{4034} + a_{4033}X^{4033} + a_{4032}X^{4032} + \cdots + a_1X + a_0$ fiind forma algebrica a polinomului f.
a) Aratati ca f se divide cu polinomul $(2X + 1)^{2017}$.
b) Determinati a_{4033}.
c) Calculati $x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_{4034}$.

Prof.Predoană Tatiana, Liceul Sanitar Antim Ivireanu-Râmnicu Vâlcea

4. Fie functia $f: \left(\frac{1}{2}; \infty\right) \to R,\ f(x) = \sqrt{2x - 1}$.
a) Aratati ca orice primitiva a functiei f este convexa pe $\left(\frac{1}{2}; \infty\right)$.
b) Determinati primitiva F a functiei f, pentru care $\lim_{x \to 1} F(x) = \frac{1}{3}$
c) Stiind ca F este o primitiva a functiei f, aratati ca:
$\int_1^5 f(x) \cdot F^{2017}(x) dx = \frac{3^{6054} - 1}{6054}$.

Prof. Dinu Maria, Dragasani

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore

Concursul Interjudetean Memorial “Preda Filofteia”
Editia a XXIII-a
1 aprilie 2017

Clasa a XII-a 4 ore

1. Fie functiile $f_n: R \to R, n \in N, n \geq 1,\ f_1(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}},\ f_n = f_1 \circ f_{n-1}$, si $I_n = \int_0^n f_n(x)dx, n \in N, n \geq 1$.
   a) Calculati I_2.
   b) Aflati $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{I_n}{\sqrt{n}}$

Prof. Mihaela Molodeț- Liceul "George Țărnea"

2. Fie polinomul $f = (X^2 + X + 1)^{2017} + (X^2 - X + 1)^{2017} \in R[X]$ si $f = a_{4034}X^{4034} + a_{4033}X^{4033} + \cdots + a_1X + a_0$ forma sa algebrica.
   a. Determinati restul impartirii lui f la $X^2 - 1$.
   b. Calculati $a_0 + a_2 + \cdots + a_{4034}$.
   c. Determinati a_{2017}.

Prof. Dinu Gigi-Daniel, C.N. Gib Mihaescu

3. Fie $G = (7; \infty)$si legea de compozitie $x * y = xy - 7x - 7y + 56, \forall\ x, y \in G$.
   a. Sa se determine doua elemente $x, y \in Q\backslash Z$, astfel incat $x * y \in N$.
   b. Sa se arate ca functia $f: G \to R, f(x) = \ln(x - 7)$, este un izomorfism intre grupurile $(G.*)$ si $(R, +)$.
   c. Calculati $9 * 10 * 11 * \cdots * 2021$.

Prof. Duta Mihaela, Rm. Valcea

4. Fie functia $f: (0; \infty) \to R, f(x) = \frac{1}{x(2016+lnx)(2017+lnx)}, x > 0$.
   a. Artati ca functia $G: (0; \infty) \to R,\ G(x) = ln(\alpha + lnx), \alpha > 0$, este o primitiva a functiei $g: (0; \infty) \to R, g(x) = \frac{1}{x(\alpha+lnx)}, (\forall) x > 0$.
   b. Calculati aria multimii marginite de graficul functiei f, axa OX si dreptele $x = 1, x = e$.
   c. Aratati ca orice primitiva a functiei f este strict crescatoare pe $[1; \infty)$.
   d.

Prof. Dinu Maria, Dragasani

NOTĂ:
Toate subiectele sunt obligatorii!
Timp de lucru: 3 ore